確定特異点型極大過剰決定系の特性多様体について (線型微分方程式の超局所解析)

AUTHOR(S):

柏原, 正樹; 河合, 隆裕

CITATION:

柏原, 正樹 ...[et al]. 確定特異点型極大過剰決定系の特性多様体について (線型微分方程式の超局所解析). 数理解析研究所講究録 1979, 355: 36-38

ISSUE DATE:

1979-06

URL:

http://hdl.handle.net/2433/104463

数理解析研究所講究録
355巻 1979年 36-38

確定特異点型極大過剰決定系の特性多様体について

京大数理研　柏原正樹
河合隆裕

超函数 $\prod_{\ell=1}^{N}(f_\ell+\sqrt{-1}0)^{\lambda_\ell}$ の満たす極大過剰決定系の構造を調べることは，理論上も，又，応用上も重要である。これについては，広中の特異点解消定理により，その構造を比較的容易に調べ得ることを以前に示した。

ここでは，より一般に，一般の，確定特異点型の極大過剰決定系に対して，その特性多様体 Λ を $\pi(\Lambda)$ の情報から知ることを中心に，同様の問題を論じる。このような問題を考えた一つの動機は，Feynman 積分及び相空間積分に対して得られた結果（それは $\prod_{\ell=1}^{N}(f_\ell+\sqrt{-1}0)^{\lambda_\ell}$ に対して得られた結果に基く）を，S-行列に対する"佐藤予想"を出発点とすることにより，一般の unitarity 積分に対して迄拡張することを試みたい，ということにあった。

我々の議論の出発点となるのは，D型の方程式系に対する次の定理である。

定理 1.　f を X 上の正則函数，$\mathcal{L}$ を $f^{-1}(0)$ に沿ってのD型の方程式系とする。今 u を $\mathcal{L}$ の断面であって，$\mathrm{supp}\,u=X$ となるものとする。この時，$\mathcal{N} \underset{def}{=} \mathcal{D}[s](f^s u)$ は連接的 $\mathcal{D}$-加群であり，その特性多様体は W_f に一致する。

特に，定理1の系として $SS(\mathcal{L})$ が W_0 に含まれることは見易い。実は，より詳しく，$SS(\mathcal{L})=W_0$ が成り立つ。

定理1の証明は，$\mathcal{D}$型の方程式系という概念が，特異点解消に際して保たれることを用いて与えられる。

更に，定理1を用いることにより，一般の確定特異点型極大過剰決定系に対して次の結果を得ることができる。

定理2. f を X 上の正則函数とし，$Y=f^{-1}(0)$ と定める。$\mathcal{M}$ を次の条件(i),(ii)を満たす holonomic $\mathcal{D}$-加群とする。

(i) $SS(\mathcal{M}) \subset T^*_X X \cup \pi^{-1}(Y)$

(ii) $\mathcal{M}$ は $T^*_Y X$ 上で確定特異点型。

この時，$\mathcal{M}$ の断面 u に対し，$\mathcal{N} \underset{\mathrm{def}}{=} \mathcal{D}[s](f^s u)$ は連接的 $\mathcal{D}$-加群となり，その特性多様体は W_f に含まれる。更に，$\mathcal{N}_\alpha \underset{\mathrm{def}}{=} \mathcal{N}/(s-\alpha)\mathcal{N}$ $(\alpha \in \mathbb{C})$ は，その特性多様体が W_0 に含まれるような，確定特異点型極大過剰決定系となる。

注意. $\mathcal{D}[s](f^s u)$ が $\mathcal{D}$-加群として連接的であることは重要である。この事実は，$\mathcal{M}$ が確定特異点型でない時には，一般には，成立しない。

この結果を用いて，更に，次の結果を得る。

定理3. X を M の複素化とする。f を X 上の正則函数，φ を M 上の局所可積分函数とし，更に，次の条件(a)〜(e)を満たす Ideal $\mathcal{J} \subset \mathcal{D}_X$ があると仮定する。

(a) $f \neq 0$, $f|_M$ は実。

(b) $M - f^{-1}(0)$ 上で $\mathcal{J}\varphi = 0$。

(c) $\mathcal{M} \underset{def}{=} \mathcal{D}/\mathcal{J}$ は 極大過剰決定系。

(d) $SS(\mathcal{M}) \subset T^*_X X \cup \pi^{-1}(f^{-1}(0))$.

(e) $\mathcal{M}$ は $T^*_{f^{-1}(0)} X$ 上で確定特異点型。

この時，次の条件 (A)～(D) を満たす Ideal $\mathcal{J}' \subset \mathcal{D}_X$ が存在する。

(A) M 上で $\mathcal{J}'\varphi = 0$ が成り立つ。

(B) $X - f^{-1}(0)$ 上で $\mathcal{J}' = \mathcal{J}$

(C) $\mathcal{M}' \underset{def}{=} \mathcal{D}/\mathcal{J}'$ は 確定特異点型 極大過剰決定系。

(D) $SS(\mathcal{M}')$ は W_0 に含まれる。

定理 3 は極めて強力である，これを用いれば，holonomic hyperfunction が "量的に大人しい" (たとえば，連続函数) 時に，(特性的超曲面への) その制限として得られる超函数の超局所構造を論じることは容易である。このようにして，$\prod_{l=1}^{N}(f_l + \sqrt{-1}0)^{\lambda_l}$ に対する結果の，我々の立場から見て，最も良い拡張を得ることができる。詳細並びに文献については，近刊予定の

"On the characteristic variety of a holonomic system with regular singularities"

を参照されたい。